

基于分治试探的盲自适应匹配追踪重构算法

田文彪¹, 付争^{1,2}, 芮国胜¹

(1. 海军航空工程学院 信号与信息处理山东省重点实验室, 山东 烟台 264001; 2. 92815 部队 68 分队, 浙江 宁波 315717)

摘要: 压缩感知是一种针对稀疏可压缩信号进行压缩采样的信号处理新方法, 针对现有稀疏度探测方法中探测次数较多的问题, 基于分治思想提出了盲稀疏度自适应匹配追踪 (BSAMP) 算法, 首先分治试探信号稀疏度, 使得其估计值快速逼近真实值, 然后通过自适应分组并扩充信号支撑域的方法, 快速筛选出有效支撑, 并通过弱匹配剪枝得到重构信号。可以在信号稀疏度未知的情况下, 快速估计出信号的稀疏度并精确重构出原信号。仿真实验表明, 在相同条件下, 该算法的重构时间比其他同类算法短, 且重构概率也大于其他同类算法。

关键词: 信号处理; 压缩感知; 盲稀疏度; 自适应重构

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)04-0180-07

Blind adaptive matching pursuit algorithm for signal reconstruction based on sparsity trial and error

TIAN Wen-biao¹, FU Zheng^{1,2}, RUI Guo-sheng¹

(1. Signal and Information Processing Provincial Key Laboratory of Shandong Province, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai; 2. Unit 68, Troops 928105, Ningbo 315717, China)

Abstract: Compressed sensing is a novel signal processing theory that it introduces a novel way of acquiring compressible signals, the test times of existing sparsity trial and error algorithms were always large. The novel algorithm, blind sparsity adaptive matching pursuit (BSAMP) was proposed, could recover the original signal fast in the case of unknown sparsity. Firstly, the range of sparsity was determined, and each time half of values in current range were eliminated by trial and error test. Secondly, the number of atoms was twice the sparsity, which was united with the set of signal approximation support (got by last iteration) and then reconstructed the signal by solving least-squares problems. Last but not least, the least-squares approximation was pruned by weakly matching for next iteration. The results of simulation show that the novel algorithm can reconstruct signal faster and get larger recovery probability than other similar algorithms in the same conditions.

Key words: signal processing; compressed sensing; blind sparsity; adaptive reconstruction

1 引言

2004 年, Candès 和 Donoho 等提出一种信号采样的新方法——压缩感知 (CS, compressed sensing)^[1~3]。该理论指出, 只要信号是可压缩的或在某个变换域是稀疏的, 那么就可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将高维信号投影到一个低维空间上, 然后通过求解一个优化问题就可以从这些少量的投影中以高概率重构出原信号, 可以证明这样的投影包含

了重构信号的足够信息。该方法被广泛应用于 CS 雷达、SAR 图像分割、无线传感器网络和遥感图像处理等方面^[4~7]。

如何从少量信息中重构出信号是压缩感知研究的一个关键点。目前关于压缩感知的重构算法主要分为 3 类: 1) 贪婪追踪算法, 例如 MP 算法^[8]、OMP 算法^[9]、StOMP 算法^[10]、CoSaMP 算法^[11]和 SAMP 算法^[12]等; 2) 凸松弛算法, 其代表算法有 BP 算法^[13]和迭代阈值法^[14]等; 3) 组合算法, 如链式追踪^[15]和

收稿日期: 2012-04-18; 修回日期: 2012-09-07

基金项目: “泰山学者”建设工程专项基金资助项目

Foundation Item: The Special Foundation Program for Taishan Mountain Scholars

HHS 追踪^[16]等。BP 算法是一类全局优化算法，其重构复杂度比贪婪迭代要高，其思想是在求解过程中从基字典里逐步剔除与待重构信号不相关的基，然后通过置换引入新的基，最终逼近信号在该基字典上的实际支撑^[13]。BP 算法需要的观测次数最少，但算法复杂度较高，同时存在能量搬移的现象。相反地，贪婪迭代类算法是从空集出发，逐个或逐批搜寻与待重构信号最相关的基，并扩充支撑域以逼近信号的实际支撑。早期的迭代算法有 MP 算法、OMP 算法，贪婪迭代算法大大地提高了计算的速度，且易于实现。后来又有人提出了 StOMP 算法和 ROMP 算法，进一步提高了计算速度，使算法更加适合于求解大规模问题。

Deanna Needell 和 Joel A Tropp 提出了 CoSaMP 算法^[11]，该算法采用分组快速重构的方法，在每次迭代中固定地选取 K (信号稀疏度) 个值进行重构，直到满足迭代停止条件，从而重构出原信号。该算法本质上和子空间追踪^[17]一致，都属于回溯类贪婪算法，其特点在于批量选取原子构成子空间，并使用了某种后退策略剔除冗余。CoSaMP 算法复杂度与 LP 算法相当，且重构速度快于前几种迭代算法。但是无论是基于 l_0 范数优化求解还是基于 l_1 范数优化求解都是在稀疏度 K 已知的情况下进行的。但是，实际情况中稀疏度往往是未知的，因此，出现了稀疏度 K 自适应的 SAMP 算法，它以固定步长 s 递增稀疏度估计值，逐步逼近信号真实稀疏度，从而进行信号重建，可以在 K 未知的情况下获得较好的重建效果，速度也快于 OMP 算法^[12]。近年来，国内对盲稀疏度重构算法的研究取得了一些进展，张宗念等^[18]在迭代重构的过程中，采用分段的方法来逐段估计、扩充目标信号的真实支撑域。刘亚新等^[19]通过自适应过程自动调节候选集原子的个数，利用正则化过程实现支撑集的二次筛选，最终实现信号的精确重建。杨成等^[20]提出了一种稀疏度估计欠量的判据，依此逐次试探信号的稀疏度并准确有效地重构信号。Huang H 等^[21]提出的 BAOMP 算法，通过 2 次弱匹配过程分别扩充和剔除原子，脱离信号稀疏度约束，体现了弱匹配的优势。

本文立足于贪婪迭代类算法，基于稀疏度的预试探，同时结合 SAMP 算法的自适应思想和 CoSaMP 算法的分组快速测试思想，针对目前回溯类的贪婪重构算法需要在稀疏度已知的情况下才能精确重构的问题，提出了一种盲稀疏度自适应匹

配追踪算法。

2 压缩感知重构理论框架

假设长度为 N 的信号 x 在某个基矩阵 Φ (其列向量 y_i 为基向量) 上是 K -项稀疏的，即 $x = \Phi a$ 在变换域 Φ 上的展开系数 a 仅有 K 项 ($K \ll N$) 非零，若用一个与基矩阵 Φ 不相关的非自适应观测矩阵 $F: M \times N$ 对信号 x 进行观测，进而得到观测值向量 $y: M \times 1$ ， $y = Fx$ 。利用 0-范数意义下的优化求解 x 的估计值 \hat{x}

$$\min \|x\|_0 \quad \text{s.t.} \quad y = Fx \quad (1)$$

有限等距性质^[22] (RIP, restricted isometry property) 是信号 x 精确重构的重要基础，其定义为：若对所有满足 $\|x\|_0 \leq K$ 的 x ，矩阵 F 都满足下式。

$$(1-d_k) \|x\|_2^2 \leq \|Fx\|_2^2 \leq (1+d_k) \|x\|_2^2 \quad (2)$$

其中，等距常数 d_k 为使式(2)成立的最小值， $d_k \in (0,1)$ ，则称 F 满足参数为 (K, d_k) 的 RIP 性质。 d_k 具有单调性，对任意 2 个整数 $K < K'$ ，则有 $d_k < d_{k'}$ 。若观测数满足

$$M = cK \log(N/K) \ll N \quad (3)$$

则矩阵 F 依高概率满足 RIP 性质^[1]。实际中，由于噪声的存在，可将式(1)修改为

$$\min \|x\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|y - Fx\|_2 \leq d \quad (4)$$

其中， d 是一个很小的常量，代表噪声功率。

但式(1)和式(4)所述优化方程中的最小 l_0 范数优化求解是一个非线性规划问题，且数值计算极不稳定。文献[13]指出，求解一个更加简单的 l_1 优化问题会得到同等的解。

$$\min \|x\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y = Fx \quad (5)$$

目前，基于 l_1 范数优化求解的一种代表算法是 BP 算法，另一类算法是基于 l_0 范数优化求解的贪婪迭代算法。结合 CoSaMP 算法收敛速度快和 SAMP 算法自适应搜索稀疏度的突出优势，本文基于稀疏度试探，提出了盲自适应匹配追踪重构算法，它本质上是一种在稀疏度未知的情况下求解 l_0 范数最小化的贪婪迭代算法。

3 盲稀疏度自适应匹配追踪算法

3.1 稀疏度判据

贪婪追踪算法是通过每次迭代时从信号中选

取一个或一组与观测矩阵最相关的原子作为支撑集, 然后重建信号并计算与原信号的残差, 通过残差选取新的原子来更新支撑集, 从而达到信号重构的目的。若 x 为稀疏信号, $\mathcal{?} = \text{supp}(x)$ 为 x 的支撑集, 用 $|\cdot|$ 表示集合的势, 则 $|\mathcal{?}| = K$ 。

$$\|x\|_0 = |\text{supp}(x)| = \left| \left\{ j : x_j \neq 0 \right\} \right|$$

$$x_{\mathcal{?}} = \begin{cases} x_i, & i \in \mathcal{?} \\ 0, & i \in \mathcal{?}^c \end{cases}$$

其中, $x_{\mathcal{?}}$ 表示 x 中以 $\mathcal{?}$ 为索引的元素组成的向量。用 $F_{\mathcal{?}}$ 表示以 $\mathcal{?}$ 为索引的列向量所组成的子矩阵。

文献[20]提出的 SASP 算法给出了一种稀疏度估计方法, 其思路是通过匹配测试得到一个原子集合, 使其势略小于真实的稀疏度。令 $v = F^T y$, F^T 代表 F 的转置, 则 v 中第 i 个元素 v_i 代表原子向量 f_i (F 中第 i 列) 与观测信号 y 的内积, 即 $\langle f_i, y \rangle$ 。取 $\{|v_i|\}$ 中前 k ($1 \leq k \leq N$) 个最大值索引得到集合 $\mathcal{?}^0$, $|\mathcal{?}^0| = k$ 。

定理 1 设 F 满足参数为 $(2K, d_{2K})$ 的 RIP 性质。

若估计稀疏度 $k \leq K$, 则 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 \geq \frac{1-d_{2K}}{\sqrt{1+d_{2K}}} \|y\|_2$ 。

证明 由文献[20]中的结论可知, 若估计稀疏度 $k \leq K$, 则 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 \geq (1-d_k)/\sqrt{1+d_k} \cdot \|y\|_2$, 其中, $F_{\mathcal{?}^0}$ 表示以 $\mathcal{?}^0$ 为索引的 F 中各列构成的子矩阵, $F_{\mathcal{?}^0}^T$ 为 $F_{\mathcal{?}^0}$ 的转置矩阵。根据 d_k 单调性知, $d_k \leq d_{2K}$, 因此 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 \geq (1-d_{2K})/\sqrt{1+d_{2K}} \cdot \|y\|_2$ 。

定理 1 是充分不必要的, 即其逆命题是不成立的。实际应用中往往运用其逆否命题来判定估计稀疏度 k 是否小于真实值 K , 因此估计值有偏小的趋势, k 往往略小于 K 。为避免稀疏度估计过小引起的支撑集缺失, 本文继续给出并证明稀疏度估计过量的判据。

引理 1 设 F 满足参数为 (K, d_K) 的 RIP 性质。令 S 和 T 为 2 个指标集, 且 $S \cup T$ 的势不大于 K , 则

$$\|F_S^T F_T\|_{\text{spec}} \leq 1 + d_K$$

其中, $\|\cdot\|_{\text{spec}}$ 表示谱范数, F_S 、 F_T 分别表示以 S 、 T 为索引的 F 中各列构成的子矩阵, F_S^T 为 F_S 的转置矩阵。

证明 令 $R = S \cup T$, 且显然 $F_S^T F_T$ 是 $F_R^T F_R$ 的

子集。由子阵谱范数不超过原矩阵谱范数的性质可得

$$\|F_S^T F_T\|_{\text{spec}} \leq \|F_R^T F_R\|_{\text{spec}}$$

又由 RIP 性质, $F_R^T F_R$ 的特征值不超过 $1 + d_K$, 因此

$$\|F_S^T F_T\|_{\text{spec}} \leq \|F_R^T F_R\|_{\text{spec}} \leq 1 + d_K$$

证毕。

定理 2 (稀疏度估计过量的判据) 设 F 满足参数为 $(2K, d_{2K})$ 的 RIP 性质。若 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 > \frac{1+d_{2K}}{\sqrt{1-d_{2K}}} \|y\|_2$, 则估计稀疏度 $k > K$ 。

证明 令 $v = F^T y$, 设 v 中第 i 个元素为 v_i , 取 $\{|v_i|\}$ 前 K 个最大值索引得到集合 $\mathcal{?}^K$ 。

采用反证法, 假设 $k \leq K$, 则 $\mathcal{?}^0 \subset \mathcal{?}^K$, 显然, $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 \leq \|F_{\mathcal{?}^K}^T y\|_2$ 。

$$\|F_{\mathcal{?}^K}^T y\|_2 = \|F_{\mathcal{?}^K}^T F_{\mathcal{?}} x_{\mathcal{?}}\|_2 = \|F_{\mathcal{?}^K}^T F_{\mathcal{?}}\|_{\text{spec}} \|x_{\mathcal{?}}\|_2$$

其中, $|\mathcal{?}^K| = |\mathcal{?}| = K$, 因此 $|\mathcal{?}^K \cup \mathcal{?}| \leq 2K$, 根据引理 1 可得

$$\|F_{\mathcal{?}^K}^T F_{\mathcal{?}}\|_{\text{spec}} \leq 1 + d_{2K}$$

又由 RIP 定义可知 $\|x_{\mathcal{?}}\|_2 = \|x\|_2 \cdot \|y\|_2 / \sqrt{1-d_K}$, 综上 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 \leq (1+d_{2K})/\sqrt{1-d_{2K}} \cdot \|y\|_2$ 矛盾。故原命题成立, 证毕。

由信号有效性可知, 信号稀疏度 $K \in (0, M)$ 。令 $k_a = 0$, $k_b = M$ 。迭代求解过程中, 首先以稀疏度 $k = (k_a + k_b)/2$ 试探, 若 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 > (1+d_{2K})/\sqrt{1-d_{2K}} \cdot \|y\|_2$, 则确知 $k > K$, 因此令 $k_b = k$; 同理, 依据定理 1 的逆否命题可知: 若 $\|F_{\mathcal{?}^0}^T y\|_2 < (1-d_{2K})/\sqrt{1+d_{2K}} \cdot \|y\|_2$, 则确知 $k < K$, 因此令 $k_a = k$ 。下一次迭代前更新估计值 $k = (k_a + k_b)/2$, 试探直至 2 个不等式均不成立, 这样每次试探能够排除当前稀疏度取值区间二分之一的值, 即对问题分而治之、减半递推, 工程上常称之为“分治法”。

3.2 算法流程

本文基于稀疏度试探, 结合 SAMP 算法的稀疏度自适应思想和 CoSaMP 算法的回退筛选思想提出 BSAMP 算法, 步骤如下。

输入：观测值向量 $y_{M \times 1}$ ，观测矩阵 $F_{M \times N}$ 。

输出：重构信号 $\hat{x}_{N \times 1}$ 。

Step1 稀疏度试探

- 1) 初始化：初始化估计稀疏度上下界 $k_b = M$ 、 $k_a = 0$ ，稀疏度试探序数 $j = 0$ ， $v = F^T y$ 。
- 2) $j = j + 1$ ，更新稀疏度估计值 $k_j = (k_a + k_b) / 2$ ，令 $\mathcal{P}^0 = \{ |v_i| \text{ 前 } k_j \text{ 个最大值的索引} \}$ ，其中， v 中第 i 个元素为 v_i 。
- 3) 若 $\|F_{\mathcal{P}^0}^T y\|_2 > (1 + d_{2K}) / \sqrt{1 - d_{2K}} \cdot \|y\|_2$ ，则令 $k_b = k_j$ ，重复 2)；若 $\|F_{\mathcal{P}^0}^T y\|_2 < (1 - d_{2K}) / \sqrt{1 + d_{2K}} \cdot \|y\|_2$ ，则 $k_a = k_j$ ，重复 2)；否则 $k = k_j$ 。

Step2 自适应匹配追踪

- 4) 初始化：初始残差 $r^{(0)} = y$ ，重构信号 $\hat{x}_0 = 0$ ，信号重构的迭代序数初始值 $n = 1$ 。
- 5) 更新相关系数 $v^{(n)} = F^T r^{(n-1)}$ ，索引集 $O = \{ |v_i^{(n)}| \text{ 前 } 2k \text{ 个最大值的索引} \}$ ，若 $|\text{supp}[\hat{x}_{n-1}]| > k$ ，则合并支撑集 $\mathcal{P}_n = W \cup \{ |\hat{x}_{n-1}| \text{ 前 } k_j \text{ 个最大值的索引} \}$ ，否则 $\mathcal{P}_n = W \cup \text{supp}[\hat{x}_{n-1}]$ 。
- 6) 通过最小二乘法计算信号估计： $b_{L_n} = F_{L_n}^\dagger y$ ，其中， $F^\dagger = (F^T F)^{-1} F^T$ ， $b_{L_n}^c = 0$ ；确定剪枝支撑集 $G = \{ |b_i| \mid x \max_{i \in [1, N]} |b_i| \}$ 的索引，其中， x 为引入的弱匹配参数， $\eta \in [0, 1]$ ， b 中第 i 个元素为 b_i ，然后通过剪枝获得信号逼近值： $\hat{x}_n = b_G$ 。
- 7) 更新残差 $r^{(n)} = y - F \hat{x}_n$ ；若 $\|r^{(n)}\|_2 > \|r^{(n-1)}\|_2$ ，则停止迭代并输出 \hat{x}_{n-1} ，否则 $n = n + 1$ 并转向 5)。

3.3 算法理论分析

正如算法中步骤 3) 所示，稀疏度通过 2 个判据逐次二分试探，因此通过该算法重建信号不需要将稀疏度 K 作为先验，且每次试探都排除了当前稀疏度取值区间二分之一的值，使得稀疏度估计快速逼近真实值。避免了 SAMP、RAMP、SASP 等算法中可能发生的由于步长选定的过小(远小于信号稀疏度)而导致迭代多次依然无法达到停止迭代条件的问题，同时也避免了其他同类算法中阈值选得太小造成需要较多次迭代才能达到所需重建精度的过匹配现象。步骤 6) 中的弱匹配回退筛选过程可以看作只保留重构向量大于一定阈值的原子，该阈值与 $\max_{i \in [1, N]} |b_i|$ 有关且脱离了信号稀疏度的约束，保证了快速、精确锁定重构信号支撑集，使得该算法在

获得较好的重建质量的同时缩短了运行时间。文献 [21] 验证了弱匹配的有效性，根据其结论进一步可知，弱匹配参数 x 取值在 0.4~0.8 范围内时，算法重构性能较好。

最后由算法终止条件 $\|r^{(n)}\|_2 > \|r^{(n-1)}\|_2$ 可知，算法至少收敛到某个误差极小点。

4 实验结果及分析

4.1 稀疏度试探

为了验证 BSAMP 算法中稀疏度试探的结果，本节通过实验测试稀疏度试探部分。选取长度为 $N = 512$ 的一维稀疏测试信号，观测数 M 取 256。生成一个 $M \times N$ 的高斯随机矩阵作为观测矩阵，每项元素均是独立分布零均值单位方差的高斯随机变量。进行 30 次稀疏度估计实验，每次实验 Monte Carlo 仿真 1 000 次取均值。图 1 中比较了 $K = 60$ 条件下， d_{2K} 取不同估计值时得到的 K 试探结果。从图 1 中看出， d_{2K} 取估计值 0.2 时，试探稀疏度最接近真实稀疏度。

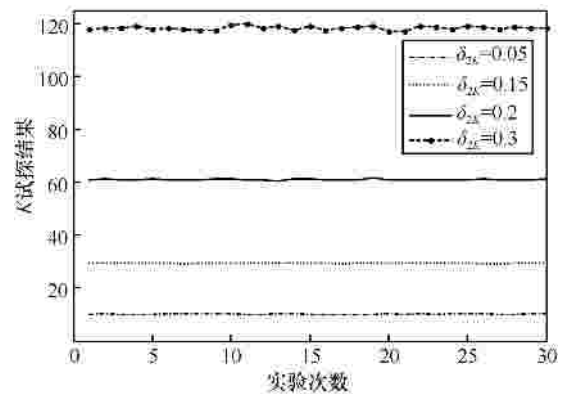


图 1 稀疏度试探

进一步考察稀疏度试探过程的耗时情况，令稀疏测试信号稀疏比 K/N 从 0~0.4 变化，观测数 M 取 $2.4K \ln(N/K)$ ，其他参数与上文试探实验一致。BSAMP 算法中弱匹配参数 $x = 0.5$ ， $d_{2K} = 0.2$ ，500 次迭代，停止阈值 $e = 10^{-4}$ 。BSAMP 算法与 SASP 算法稀疏度试探耗时 (PC 机 MATLAB 环境) 对比如图 2 所示。

由于 SASP 算法的稀疏度试探步长为 1，所以消耗时间随着稀疏度的增加而延长。BSAMP 算法采用分治试探来逼近真实稀疏度，平均 6.68 次试探且最大试探次数为 7 次时即能达到算法要求的停止条件。

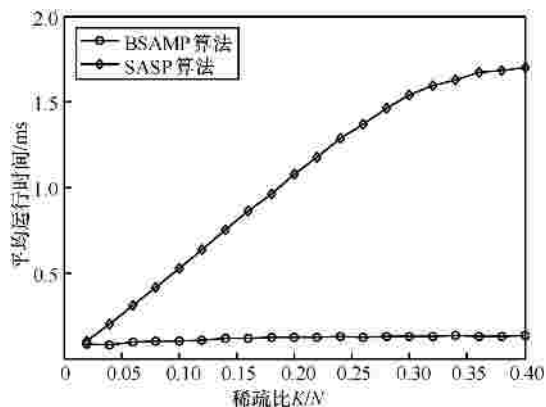


图 2 稀疏度试探耗时对比

4.2 筛选回退重构

考察典型算法如 OMP 算法、ROMP 算法、SAMP 算法、CoSaMP 算法、BAOMP 算法与 BSAMP 算法的性能，CoSaMP 算法稀疏度代入分治试探的估计结果 k (为防止算法不收敛限制最大迭代次数为 $8k$)，SAMP 算法中步长取 3，BAOMP 算法中弱匹配参数 $m_1=0.4$ ， $m_2=0.6$ ，BSAMP 算法中弱匹配参数 $x=0.4$ 。认为重构信噪比 $R-SNR$ 大于 40dB 即成功重构，其中，

$$R-SNR = 10 \lg \frac{\|x\|_2}{\|x - \hat{x}\|_2}$$

选取长度为 $N=512$ 的一维稀疏测试信号，令其稀疏度从 1~128 变化，以上述算法重构信号，记录重构概率不小于 99% 时所需的最小观测数，绘制如图 3 所示对比图。在不同信号稀疏度条件下，与同类算法相比，BSAMP 算法依高概率重构信号所需的观测数目最少，由图 3 中可见其规律近似满足式(3)，常数 c 取 2.4，即 $M = 2.4K \ln(N/K)$ 。

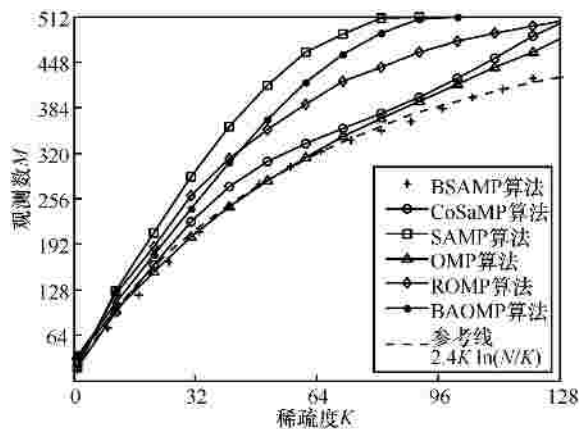


图 3 重构概率不小于 99% 时所需最小观测数随稀疏度变化情况

接下来考察不同算法重构概率随压缩比变化情况。令压缩比 M/N 从 0~0.5 变化，信号稀疏度 K 取固定值 10。算法参数设置同本节前一实验。迭代 2 000 次统计的成功重构概率随压缩比 M/N 变化曲线对比如图 4 所示。该实验中，BSAMP 算法与 CoSaMP、OMP 算法性能相当，在较低观测量时，BSAMP 算法的重构概率率先扬升，明显优于 SAMP 算法和 ROMP 算法。

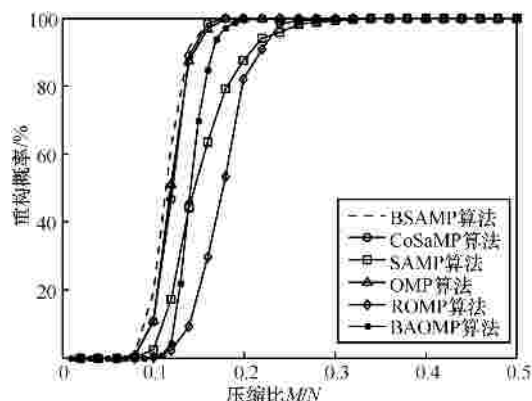


图 4 不同算法重构概率随压缩比变化情况

图 5 表示的是不同稀疏比下信号重构概率的变化情况，稀疏测试信号稀疏比 K/N 从 0.1~0.5 变化，观测数 M 取 $2.4K \ln(N/K)$ ，BSAMP 算法中弱匹配参数 x 分别取 0.4 和 0.5，CoSaMP 算法稀疏度代入分治试探的估计结果 k ，SAMP 算法中步长设为 3，SASP 算法中 $a=0.7$ ， d_k 取估计值为 $0.3^{[20]}$ ，BAOMP 算法中弱匹配参数 $m_1=0.4$ ， $m_2=0.6$ 。其他参数设置与稀疏度试探实验相同。迭代 2 000 次统计的成功重构概率随压缩比 K/N 变化曲线如图 5 所示，从图 5 中可以看出， x 取 0.4 时的 BSAMP 算法重构性能最好，稀疏比直至 0.3 仍能以 90% 的高概率重构，优于其他算法。在 CoSaMP 算法中原子的筛选和剔除都与稀疏度紧密联系，且其强制将重构信号支撑集的势限制为输入信号的稀疏度^[11]，若稀疏度估计稍有偏差则会在很大程度上影响重构性能。特别是稀疏度估计偏小时，CoSaMP 算法无法精确重构原信号。其他以稀疏度为约束进行原子剔除的算法同样存在类似的不足。本文提出的 BSAMP 算法在稀疏度双向判定条件下逼近真实值，且在原子筛选回退过程中引入了弱匹配，脱离了原子筛选的稀疏度约束转而为稀疏系数的能量（与最大系数绝对值有关）控制重构支撑集。

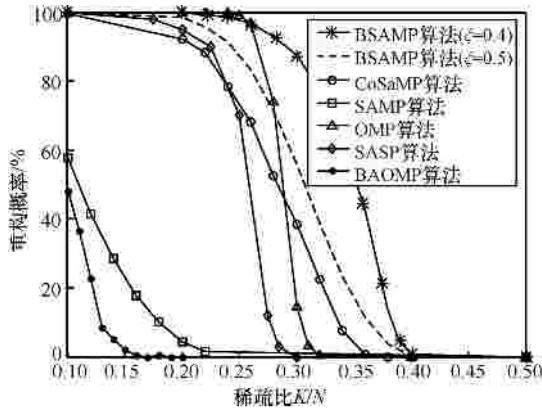


图 5 不同算法重构概率随稀疏比变化情况

4.3 重构时间

实验条件设置和筛选回退重构实验基本相同，稀疏比从 0~0.5 变化，迭代 2 000 次，图 6 绘出了各个算法运行的平均时间。相比 SASP 算法，BSAMP 算法因为试探次数减少等因素，总的运行时间也相对较短。而与 SAMP 算法相比，BSAMP 算法的运算时间远小于 SAMP 算法的相应值。

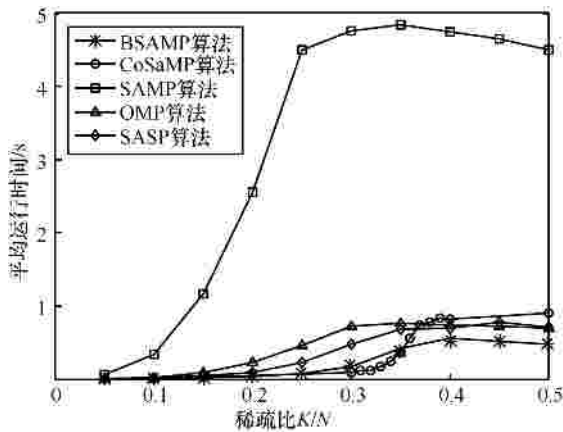


图 6 不同算法平均运行时间随稀疏比变化情况

从算法本身出发，可以知道，BSAMP 算法首先进行稀疏度试探，每次试探都排除了当前稀疏度取值区间二分之一的值，使得稀疏度估计快速逼近真实值，然后在每次迭代过程中先选择 2 倍于稀疏度的原子，然后与重构信号原子的支撑集做并集，再对信号进行重构，并通过弱匹配重构剪枝得到下一次迭代的重构信号，这样可以快速准确地找出一组最相关的原子，而 SAMP 算法只是在每次迭代过程中按步长大小选择原子然后进行重构迭代。因此 BSAMP 算法重构时间比其他 2 种自适应算法的短，重构概率也较高。另外，BSAMP 算法避免了许多盲稀疏度算法阈值设定的难题，如 RAMP 算法中双

阈值^[19](残差阈值 e_1 以及残差逼近阈值 e_2) 的设定，SAMP 算法中噪声功率 s 的设定等，实现了自适应、快速的稀疏度估计以及信号重构。

5 结束语

基于稀疏度试探，同时结合 SAMP 算法的自适应思想和 CoSaMP 算法的分组快速筛选思想，针对现有性能较好的子空间追踪类贪婪迭代算法重构信号时需要已知稀疏度以及现有稀疏度试探方法所需试探次数较多的不足，提出了一种盲稀疏度自适应匹配追踪算法，该算法采用分治的方法试探输入信号的稀疏度，每次试探排除稀疏度取值区间二分之一的值，使得稀疏度估计快速逼近真实值，然后采用自适应的分组快速筛选，再进行弱匹配剪枝的方法重构原始信号。仿真实验表明，新算法在重构时间和重构概率上都优于现有的同类算法，能否进一步地提高其重构性能是今后研究自适应重构算法的方向之一。

参考文献：

- [1] RICHARD G. Baraniuk, compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4):118-121.
- [2] DONOHO D L, Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4):1289-1306.
- [3] 石光明, 刘丹华, 高大化等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5):1070-1081.
SHI G M, LIU D H, GAO D H, et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [4] 孙林慧, 杨震, 叶蕾. 基于自适应多尺度压缩感知的语音信号压缩与重构[J]. 电子学报, 2011, 39(1):40-45.
SUN L H, YANG Z, YE L. Speech compression and reconstruction based on adaptive multiscale compressed sensing theory[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1):40-45.
- [5] 顾彬, 杨震, 胡海峰. 基于压缩感知信道能量观测的协作频谱感知算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(1):14-19.
GU B, YANG Z, HU H F. Cooperative wideband spectrum sensing algorithm based on compressed sensing channel energy measurements[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(1):14-19.
- [6] 周小星, 王安娜, 孙红英等. 基于压缩感知过程的语音增强[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2011, 51(9):1234-1238.
ZHOU X X, WANG A N, SUN H Y, et al. Speech enhancement based on compressive sensing[J]. Journal of Tsinghua Univ(Sc & Tech), 2011, 51(9):1234-1238.
- [7] 干宗良, 齐丽娜, 唐贵进等. 泛在网络中基于压缩感知的 Wyner-Ziv 空域可分级视频编码[J]. 通信学报, 2010, 31(11):41-48.
GAN Z L, QI L N, TANG G J, et al. Wyner-Ziv spatial scalable video coding using compressive sensing in ubiquitous networks[J]. Journal on Communications, 2010, 31(11):41-48.
- [8] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1993, 41(12):3397-3415.
- [9] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on In-

formation Theory, 2007, 53(12):4655-4666.

[10] DONOHO D L, TSAIG Y, DRORI I, *et al.* Sparse Solution of Under-determined Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit[R]. Technique Report, 2006.

[11] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Communications of the ACM, 2010, 53(12):93-100.

[12] DO T T, GAN L, NGUYEN N S. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing[A]. Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. Pacific Grove, California, 2008.581-587.

[13] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, 20(1):33-61.

[14] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Iterative thresholding for sparse approximation[J]. Fourier Anal, 2008, 14(5-6):629-654.

[15] GILBERT A, STRAUSS M, TROPP J, *et al.* Algorithmic linear dimension reduction in the l_1 norm for sparse vectors[EB/OL]. <http://www.math.ucdavis.edu/~vershynin/papers/algorithmic-dim-reduction.pdf>.

[16] GILBERT A C, STRAUSS M J, TROP J A, *et al.* One sketch for all: fast algorithms for compressed sensing[A]. Proceedings of the 39th Annual ACM Symposium on Theory of Computin[C]. New York, USA, 2007. 237-246.

[17] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2009, 55(5):2230-2249.

[18] 张宗念, 黄仁泰, 闫敬文. 压缩感知信号盲稀疏度重构算法[J]. 电子学报, 2011, 39(1):18-22.
ZHANG Z N, HUANG R T, YAN J W. A blind sparsity reconstruction algorithm for compressed sensing signal[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1):18-22.

[19] 刘亚新, 赵瑞珍, 胡绍海等. 用于压缩感知信号重建的正则化自适应

匹配追踪算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(11):2713-2717.
LIU Y X, ZHAO R Z, HU S H, *et al.* Regularized adaptive matching pursuit algorithm for signal reconstruction based on compressive sensing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 2(11):2713-2717.

[20] 杨成, 冯巍, 冯辉等. 一种压缩采样中的稀疏度自适应子空间追踪算法[J]. 电子学报, 2010, 38(8):1914-1917.
YANG C, FENG W, FENG H, *et al.* A sparsity adaptive subspace pursuit algorithm for compressive sampling[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(8):1914-1917.

[21] HUANG H, MAKUR A. Backtracking-based matching pursuit method for sparse signal reconstruction[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(7):391-394.

[22] CANDES E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. Comptes Rendus De l'Academie Des Sciences, 2008, Series I(346):589-592.

作者简介：



田文颢 (1987-), 男, 江西南昌人, 海军航空工程学院博士生, 主要研究方向为压缩感知、大气波导反演。

付争 (1986-), 男, 湖南湘潭人, 硕士, 92815 部队 68 分队工程师, 主要研究方向为通信信号处理、压缩感知。

芮国胜 (1968-), 男, 山东烟台人, 海军航空工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为小波及卡尔曼滤波理论。

(上接第 179 页)

[23] NEWMAN M E J. Fast algorithm for detecting community structure in networks[J]. Physical Review E, 2004, 69(6):0661331-0661335.

[24] HOLME P, KIM B J, YOON C N, *et al.* Attack vulnerability of complex networks[J]. Physical Review E, 2002, 65(5):0561091-05610914.

[25] XIE Z, LI X, WANG X F. A new community-based evolving network model[J]. Physical A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2007, 384(2):725-732.

[26] WANG W X, WANG B H, YIN C Y, *et al.* Traffic dynamics based on local routing protocol on a scale-free network[J]. Physical Review E, 2006, 73(2):0261111-0261117.

[27] PRIYA M, DMITRI K, MARINA F, *et al.* The Internet AS-level topology: three data sources and one definitive metric[J]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review, 2006, 36(1):17-26.

作者简介：



蔡君 (1981-), 男, 湖南邵阳人, 中山大学博士生, 主要研究方向为复杂网络、网络优化。



余顺争 (1958-), 男, 江西南昌人, 博士, 中山大学教授、博士生导师, 主要研究方向为信息安全、信号处理、无线网络。